Wir hören das Auftreffen des Steines nach tges =4,7s – aber darin ist sowohl die Fallzeit tF enthalten als auch die Zeit tS, die der Schall bis zurück zum Ohr benötigt.

tges = tF + tS

Die Fallzeit tF hilft uns, die Brunnentiefe einfach aus h = ½ g tF2 zu berechnen.

Leider kennen wir sie nicht, wir wissen aber, sie ist kleiner als 4,7s – und zwar um ts kleiner!

Daher gilt:

$h= \frac{1}{2}g(t\_{ges}-t\_{s})^{2}$

Die Schall-Laufzeit ts ist im Prinzip einfach zu bestimmen, der Schall bewegt sich ja mit gleich bleibender Geschwindigkeit vs. Wir kennen h noch nicht, aber es kommt ja in unserer Gleichung eh schon vor, wir bekommen also keine „neue unbekannte Variable“ hinzu, wenn wir ts eliminieren.

$h= \frac{1}{2}g(t\_{ges}-\frac{h}{v\_{s}})^{2}$

Die Physik ist hiermit fertig – wir müssen nur noch das Ergebnis ausrechnen! Dummerweise ist die Höhe h in dieser Gleichung zwei Mal vorhanden und auf der rechten Seite ziemlich vergraben. Wer scharf hinschaut, sieht aber gleich, dass das hier auf eine quadratische Gleichung hinauslaufen wird.

Strategie: „aufdröseln“ und so lange in kleinere Häppchen aufsplitten, bis wir die Terme nach Abhängigkeit von h geordnet sortieren können.

Schritt 1: Binomische Formel 🡪 $(a-b)^{2}=a^{2}-2ab+b^{2}$

$h= \frac{1}{2}g(t\_{ges}^{2}-2t\_{ges}\frac{h}{v\_{s}}+\frac{h^{2}}{v\_{s}^{2}})^{}$

Dann ziehen wir das ½ g in die Klammer – ganz nach unsere Strategie:

$h= \frac{1}{2}gt\_{ges}^{2}-\frac{g t\_{ges }h}{v\_{s}}+\frac{g h^{2}}{2 v\_{s}^{2}}$

Das war’s, wir können sortieren:

$0=\frac{g h^{2}}{2 v\_{s}^{2}}-\frac{g t\_{ges }h}{v\_{s}}-h+\frac{1}{2}gt\_{ges}^{2}$

Was uns jetzt noch von einer lösbaren quadratischen Gleichung trennt, ist der Vorfaktor des h2-Terms. Wir müssen also alle Terme mit 2vs2/g multiplizieren. Heraus kommt:

$0=h^{2}-2 v\_{s} t\_{ges }h-\frac{2v\_{s}^{2}h}{g}+v\_{s}^{2}t\_{ges}^{2}$

Die zwei h-Terme können wir durch Ausklammern von h ordnen:

$0=h^{2}-\left(2 v\_{s} t\_{ges }+\frac{2v\_{s}^{2}}{g}\right)h+v\_{s}^{2}t\_{ges}^{2}$

Für die p-q-Formel können wir jetzt benutzen:$ p=-\left(2 v\_{s} t\_{ges }+\frac{2v\_{s}^{2}}{g}\right)und q=v\_{s}^{2}t\_{ges}^{2}$

So kommen wir zur Gleichung:

$h= v\_{s} t\_{ges }+\frac{v\_{s}^{2}}{g}\pm \sqrt{(v\_{s} t\_{ges }-\frac{v\_{s}^{2}}{g})^{2}-v\_{s}^{2}t\_{ges}^{2}}$

h1 = 26668 m

h2 = 95,8 m

**Physikalisch sinnvoll ist h2**

(Bei h1 fände man durch Überprüfen heraus, dass hierfür eine negative Fallzeit tF nötig wäre…)